

ОПТИМИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА БИНС ДЛЯ ВЫСОКОТОЧНЫХ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ МОРСКИХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Бердинских Б. В., к.т.н., доцент Национального университета «Одесская морская академия»;

Голиков А. А., к.т.н., доцент Национального университета «Одесская морская академия»;

Вильский Г. Б., к.т.н., Украинская академия наук;

Снигур А. К., д.т.н., профессор Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова (г. Николаев)

В статье рассмотрены задачи исследования возможностей оптимизации математических алгоритмов работы безлатформенных инерциальных систем на основе разработки новых и совершенствования имеющихся методов и способов выработки высокоточных устойчивых и надежных методов определения кинематических и динамических параметров перемещения производственных объектов, для решения задач высокоточного позиционирования. Рассмотрен один из алгоритмов, который позволяет в значительной степени исключить воздействие одного из главных недостатков инерциальных навигационных систем – необходимость систематической коррекции от внешних координатных источников, которые тоже имеют свои ограничения. Получены зависимости, которые позволяют использовать современные быстродействующие численные методы в вычислителе безлатформенных инерциальных систем (методы Эйлера, Хойне, Рунге-Кутта, многошаговые методы прогноза – коррекции и т.д.), а также корректировать существующие вычислительные процедуры для управляющих устройств производственных объектов без значительных преобразований их первоначальной структуры. Возможно дальнейшее развитие предложенных алгоритмов с учетом температурных возмущений, элементов безлатформенных инерциальных систем, а также с учетом воздействия на производственные объекты внешних факторов (волнение, ветер, течения).

Ключевые слова: безлатформенные инерциальные системы, динамическое позиционирование.

DOI: 10.33815/2313-4763.2018.2.19.208–219

Вступление. В настоящее время требования мировой экономики вызывают необходимость освоения природных ресурсов материковых шельфов и даже более глубоководных акваторий Мирового океана, где находятся запасы углеводородов и конкреций индустриально значимых минералов, а также проведения работ по прокладке на морском дне различного вида систем (кабельные трассы, трубопроводы и т.д.). Для решения этих задач необходимы производственные объекты (ПО), работающие в жестких морских условиях, выполняющие все производственные циклы и обладающие способностью находиться в точно определенном, с точки зрения геодезии, месте (или траектории) и удерживаться на нем в процессе выполнения поставленных задач.

Точное нахождение ПО в заданной точке достигается методами позиционирования, с использованием фиксирующих якорных или бортовых пропульсивных устройств динамического принципа действия. Однако в любом случае требуется контроль за положением ПО, т.е. определения величин отклонения от позиции и/или маршрута движения для выработки команд для действия исполнительных устройств с целью его удержания в заданном режиме. Источниками определения ухода от этого могут служить, к примеру, тензорные датчики при использовании якорных фиксирующих устройств на относительно малых глубинах, гидроакустические маяки, устанавливаемые на морском дне вокруг объекта и наиболее широко используемые в настоящее время высокоточные спутниковые системы навигации.

Не перечисляя достоинства и недостатки упомянутых средств контроля позиции морского производственного объекта и учитывая ужесточение требований к системам позиционирования со стороны потребителей информации по точности и формату данных, при одновременном снижении массогабаритных характеристик, энергопотребления, надежности и стоимости, привели к необходимости поиска новых решений.

Анализ показывает, что к числу более эффективных решений данной задачи является наличие в составе систем позиционирования ПО безплатформенных инерциальных систем (БИНС), которые являются ядром системы [1, 2, 3].

В этом случае составляющие позиции/вектора движения ПО в географических координатах и/или векторов линейной скорости и линейного перемещения, а также угловых скоростей качки и рыскания объекта вырабатываются в БИНС. В отличие от других источников определения позиции ПО БИНС вырабатывает информацию о составляющих этих векторов с требуемой точностью как в низкочастотном, так и в высокочастотном спектре изменения угловых и линейных параметров движения ПО. Следует отметить, что организация взаимодействия этой системы с бортовой системой удержания заданной позиции/траектории ПО осуществляется на уровне вторых интегралов от действующих ускорений (т.е. угловых и линейных перемещений), что снижает влияние таких возмущений как вибрация, деформация корпуса ПО на качке, погрешности синхронизации и других.

Цель исследования. В настоящее время достаточно актуальными и перспективными являются задачи исследования возможностей оптимизации математических алгоритмов работы БИНС на основе разработки новых и совершенствования имеющихся методов и способов выработки высокоточных устойчивых и надежных методов определения кинематических и динамических параметров перемещения ПО, для решения задач высокоточного позиционирования [1–6].

Результаты исследования. Само управление строится на основе информации по угловым скоростям, углам, скоростным и линейным координатам, вырабатываемым в БИНС. Это позволяет получить существенно более высокий его уровень, определяемый в том числе и качеством инерциальной информации (высокое разрешение, низкий уровень шумов, временных запаздываний и т.д.). Использование БИНС для управления процессом прецизионного динамического позиционирования дает ряд дополнительных преимуществ. Не говоря о чисто архитектурно-технических достоинствах, следует особо отметить, что конструктивные особенности компонентов БИНС (поплавковые, динамически настраиваемые, волновые твердотельные, лазерные, электростатические, оптоволоконные гироскопы), используемые в качестве датчиков угловых скоростей (ДУС) и маятниковые компенсационные акселерометры с упругим подвесом чувствительного элемента на основе высокочастотных, стабильных, конструкционных материалов (кварц, кремний, лейкосапфир), используемые в качестве измерителей кажущегося ускорения в проекции каждого на свою измерительную ось (ДКУ), а также в качестве чувствительных элементов для высокоточных гравиметров, позволяет употребить все алгоритмические и вычислительные возможности современных компьютеров, применяемых для обработки полученных данных и выдачи (через соответствующие интерфейсы) управляющих сигналов на исполнительные устройства.

Предлагается рассмотреть один из такого типа алгоритмов, который позволяет в значительной степени исключить воздействие одного из главных недостатков инерциальных навигационных систем – необходимость систематической коррекции от внешних координатных источников, которые тоже имеют свои ограничения. Например, DGPS работает в лимитированном районе применения, а также в стандартной GPS, приемоиндикатор которой примерно раз в полчаса показывает существенное снижение точности определения координат объекта из-за неоптимального количества или расположения наблюдаемых спутников.

В связи с появлением квантовых технологий передачи информации и работ по созданию третьего поколения гироскопов на эффекте Саньяка (ГЭС) на медленных волнах материи, на волнах де Бройля (ВБ), Бозе-Эйнштейна конденсатах (БЭК) и сверхтекучести гелия (СГ), прогнозируемая точность таких гироскопов может составить $\sim 10^{-8}$ град/час, что превосходит точность всех существующих в современной практике гироскопов. В перспективе развитие данных технологий позволит достичь беспрецедентной точности гироскопов $\sim 10^{-14}$ град/час.

Лидерами в данном направлении являются: Стендфорский университет; Калифорнийский университет (Беркли); Парижский университет; Лозанский университет; Токийский университет электрокоммуникаций; НИИ ПМ имени академика В.И.Кузнецова.

Ожидается также появление на рынке высоких технологий акселерометров с уровнем погрешностей меньше $10^{-9}g$. Это стимулировало новую волну интереса к автономным (без спутниковых систем GPS/ГЛОНАС) безлатформенным инерциальным навигационным системам с точностью не хуже 1м/час [8, 9, 10, 11]. Блок-схема такой БИНС показана на рис. 1.



Рисунок 1 – Упрощенная блок-схема безлатформенной инерциальной навигационной системы:

ДУС – трехкомпонентный датчик угловой скорости; ДКУ – трехкомпонентный датчик кажущегося ускорения (акселерометр)

Системы управления ПО используют информацию от безлатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС). Алгоритмы управления строятся таким образом, что инерциальными средствами моделируется и определяется требуемое положение ориентации или траектория движения ПО. Датчики ориентации или относительного движения используются для корректирования моделируемого средствами БИНС позиции/движения.

Уравнения погрешностей БИНС, рассматриваемых в предлагаемом аспекте будут состоять из использования алгоритмических возможностей исключения ошибок в определении координат позиции ПО, учет которых позволит сформировать корректирующие действия управляющих устройств.

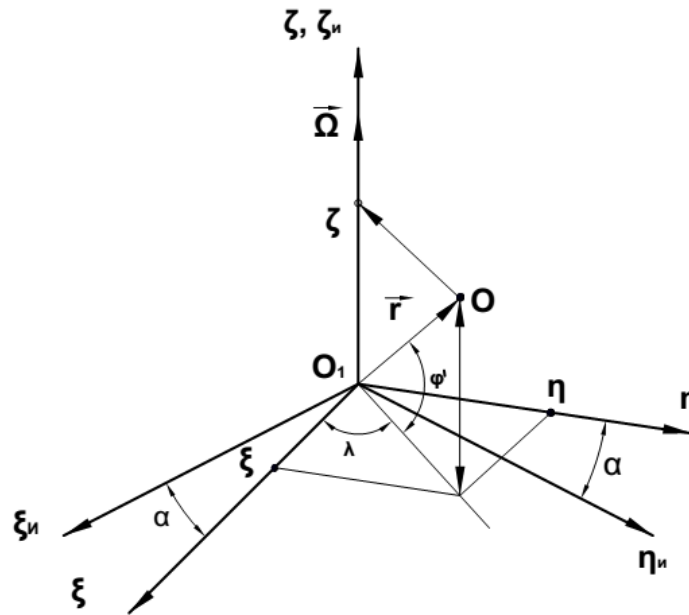
Решение задачи удержания ПО в заданной позиции как известно необходимо искать в трех системах координат.

действиями импульсивных (или других) устройств ПО по результатам определения соотношения координат, определенных во второй и третьей СК.

ПО в терминах дисциплины «Теория корабля» испытывает шесть видов перемещений под воздействием внешних сил, а именно три угловых: крен, дифферент, рыскание, и три линейных: продольные, поперечные, вертикальные.

С целью определения и учета влияния первых трех видов перемещений ПО (угловых) предлагается рассмотреть решения этой задачи с помощью уравнений Пуассона, которые, имея эллиптическую структуру, позволяют описать пространственные характеристики движения ПО, используя при этом отдельные, но связанные системы координат как это показывалось выше:

- $Ox_0y_0z_0$ – оси, связанные с объектом;
- $O_1\xi\eta\zeta$ – оси инерционной СК с началом в центре Земли и ось $O_1\xi$ направленная на оси вращения Земли ;


 Рисунок 2 – Системы координат ξ, η, ζ и ξ', η', ζ' :

$O(\varphi, \lambda, h)$ – оси СК, связанные с позицией ПО относительно земной поверхности (географические, геодезические и возвышение); $Ox_0y_0z_0$ – оси СК, связанные с объектом; $O_1\xi\eta\zeta$ – оси инерционной СК и заключается в приведении начальных точек всех трех СК с допустимыми отклонениями воедино

Для достижения такой цели относительно первых двух СК это достигается

Положение осей $Ox_0y_0z_0$ объекта относительно инерциальной СК $O_1\xi\eta\zeta$ задаются с помощью матрицы направляющих косинусов C :

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = C \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}.$$

В классическом виде уравнение Пуассона выглядит как соотношение [1, 2, 3]:

$$\dot{C} = C \cdot \Omega, \quad (1)$$

где Ω – кососимметричная матрица, которая в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z_0} & \omega_{y_0} \\ \omega_{z_0} & 0 & -\omega_{x_0} \\ -\omega_{y_0} & \omega_{x_0} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Проекция абсолютной угловой скорости объекта $\omega_{x_0}, \omega_{y_0}, \omega_{z_0}$ измеряются ДУС.

Следует учесть мультипликативные и аддитивные погрешности ДУС, т.е. m_ω – погрешность масштабного коэффициента и $\omega^{\partial p}$ – дрейф ДУС.

В результате получаются не действительные, а приборные значения угловой скорости объекта:

$$\begin{cases} \omega_{x_0}^n = (1 + m_{\omega_x}) \cdot \omega_{x_0} + \omega_x^{\partial p} = \omega_{x_0} + \Delta\omega_{x_0} \\ \omega_{y_0}^n = (1 + m_{\omega_y}) \cdot \omega_{y_0} + \omega_y^{\partial p} = \omega_{y_0} + \Delta\omega_{y_0}, \\ \omega_{z_0}^n = (1 + m_{\omega_z}) \cdot \omega_{z_0} + \omega_z^{\partial p} = \omega_{z_0} + \Delta\omega_{z_0} \end{cases} \quad (3)$$

где $\Delta\omega_i = m_{\omega_i} \cdot \omega_{oi} + \omega_i^{\partial p}$ – эквивалентный дрейф ДУС.

С целью определения этой величины следует проварьировать уравнение (1):

$$\Delta\dot{C} = \Delta C \cdot \Omega + C \cdot \Delta\Omega. \quad (4)$$

Начальное условие этого уравнения (4) $\Delta C(0)$ – это ошибка начальной угловой выставки БИНС.

Согласно выражения (2) погрешность $\Delta\Omega$ определения кососимметричной матрицы приобретает вид:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_{z_0} & \Delta\omega_{y_0} \\ \Delta\omega_{z_0} & 0 & -\Delta\omega_{x_0} \\ -\Delta\omega_{y_0} & \Delta\omega_{x_0} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Таким образом, ошибки угловой ориентации БИНС описываются уравнением (4) для ошибок матрицы направляющих косинусов C .

Для этого используется следующий подход [1, 2, 3, 4] – матричному уравнению (1) соответствует система из 9 линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} C'_{11} = C_{12} \cdot \omega_{z_0} - C_{13} \cdot \omega_{y_0} \\ C'_{12} = C_{13} \cdot \omega_{x_0} - C_{11} \cdot \omega_{z_0} \\ C'_{13} = C_{11} \cdot \omega_{y_0} - C_{12} \cdot \omega_{x_0}, \\ \dots\dots\dots \\ C'_{33} = C_{31} \cdot \omega_{y_0} - C_{32} \cdot \omega_{x_0} \end{cases} \quad (6)$$

здесь C_{ij} – элементы матрицы направляющих косинусов C .

Интегрируя линейные дифференциальные уравнения (6), сразу определяются элементы матрицы направляющих косинусов C , не прибегая к сложным тригонометрическим уравнениям. Девять элементов матрицы направляющих косинусов C_{ij} удовлетворяют 6-ти алгебраическим соотношениям:

$$C_{i1} \cdot C_{j1} + C_{i2} \cdot C_{j2} + C_{i3} \cdot C_{j3} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \quad (7)$$

Поэтому для определения элементов C_{ij} матрицы направляющих косинусов C достаточно интегрировать только шесть дифференциальных уравнений (6), а остальные 3 направляющие косинуса можно определить из соотношений (7).

Используя рассмотренные в уравнениях (1, 6, 7) подходы для определения элементов C_{ij} матрицы направляющих косинусов C , применим их к уравнению (4). Мы видим, что здесь так же будет 9 ошибок C_{ij} из них шесть независимых, а остальные три можно определить из соотношений вида (7).

Для определения и учета вторых трех видов (линейных) перемещений используется метод проекций единичных векторов (ортов) кажущегося ускорения объекта на оси инерциальной СК.

Акселерометры, жестко закреплены на борту объекта и измеряют проекции кажущегося ускорения объекта \vec{a} на оси $Ox_0y_0z_0$, связанные с объектом: $a_{x_0}, a_{y_0}, a_{z_0}$.

С учетом мультипликативных и аддитивных погрешности акселерометров: m_a – погрешность масштабного коэффициента и ε_a – смещение нулей акселерометров можно получить в результате приборные значения ускорения:

$$\begin{cases} a_{x_0}^n = (1 + m_{a_x}) \cdot a_{x_0} + \varepsilon_{a_x} = a_{x_0} + \Delta a_{x_0} \\ a_{y_0}^n = (1 + m_{a_y}) \cdot a_{y_0} + \varepsilon_{a_y} = a_{y_0} + \Delta a_{y_0}, \\ a_{z_0}^n = (1 + m_{a_z}) \cdot a_{z_0} + \varepsilon_{a_z} = a_{z_0} + \Delta a_{z_0} \end{cases} \quad (8)$$

где $\Delta a_{i_0} = m_{a_i} \cdot a_{i_0} + \varepsilon_{a_i}$ – эквивалентные смещение нулей акселерометров.

В БИНС измеренные проекции ускорения перепроектируются на оси инерциальной СК $O_1\xi\eta\zeta$, и далее используется алгоритм ИНС АТ (инерциальных навигационных систем аналитического типа) [1, 2, 3, 4, 5].

В идеале эти проекции равны:

$$\begin{bmatrix} a_\xi \\ a_\eta \\ a_\zeta \end{bmatrix} = C \cdot \begin{bmatrix} a_{x_0} \\ a_{y_0} \\ a_{z_0} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Реально же матрица направляющих косинусов C определяется с ошибкой ΔC , и проекции кажущегося ускорения на оси объекта также определяются с ошибками (8).

Поварьируем идеальное выражение (9). Получим:

$$\begin{bmatrix} \Delta a_\xi \\ \Delta a_\eta \\ \Delta a_\zeta \end{bmatrix} = \Delta C \cdot \begin{bmatrix} a_{x_0} \\ a_{y_0} \\ a_{z_0} \end{bmatrix} + C \cdot \begin{bmatrix} \Delta a_{x_0} \\ \Delta a_{y_0} \\ \Delta a_{z_0} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Согласно алгоритму БИНС, построенного на основе алгоритма ИНС АТ, после определения проекций вектора \vec{a} на оси инерциальной СК a_ξ, a_η, a_ζ , учитывают проекции гравитационного ускорения \vec{g}_m можно определить проекции абсолютного линейного ускорения по формулам:

$$\begin{aligned} w_\xi &= a_\xi + g_{m\xi}; \\ w_\eta &= a_\eta + g_{m\eta}; \\ w_\zeta &= a_\zeta + g_{m\zeta}. \end{aligned}$$

Но в действительности эти ускорения будут определяться с ошибками:

$$\begin{cases} \Delta w_\xi = \Delta a_\xi + \Delta g_{m\xi} \\ \Delta w_\eta = \Delta a_\eta + \Delta g_{m\eta}. \\ \Delta w_\zeta = \Delta a_\zeta + \Delta g_{m\zeta} \end{cases} \quad (11)$$

Согласно алгоритма ИНС АТ интегрируются проекции абсолютного линейного ускорения объекта и получаются проекции абсолютной линейной скорости движения объекта V_ξ, V_η, V_ζ , учитывая мультипликативные и аддитивные погрешности $1^{\text{БХ}}$ интеграторов, где: m_{u1} – погрешность масштабного коэффициента и ε_{u1} – дрейф нуля $1^{\text{ГО}}$ интегратора. Получается приборное значение абсолютной линейной скорости движения объекта:

$$\begin{cases} V_\xi^n = (1 + m_{u1\xi}) \cdot \int_0^t [w_\xi + \Delta w_\xi + \varepsilon_{u1\xi}] dt + V_\xi^n(0) \\ V_\eta^n = (1 + m_{u1\eta}) \cdot \int_0^t [w_\eta + \Delta w_\eta + \varepsilon_{u1\eta}] dt + V_\eta^n(0). \\ V_\zeta^n = (1 + m_{u1\zeta}) \cdot \int_0^t [w_\zeta + \Delta w_\zeta + \varepsilon_{u1\zeta}] dt + V_\zeta^n(0) \end{cases}$$

Вычитая из приборных значений скорости истинные значения, которые определяются при тестировании по формулам:

$$V_\xi = \int_0^t w_\xi dt + V_\xi(0), V_\eta = \int_0^t w_\eta dt + V_\eta(0), V_\zeta = \int_0^t w_\zeta dt + V_\zeta(0).$$

можно получить ошибки определения линейной скорости объекта в координатных осях:

$$\Delta V_\xi = V_\xi^n - V_\xi = \int_0^t \left[m_{u1\xi} w_\xi + \Delta w_\xi + \underbrace{m_{u1\xi} \cdot (\Delta w_\xi + \varepsilon_{u1\xi})}_{2^{\text{ой}} \text{порядок малости} - \text{принебрежем}} + \varepsilon_{u1\xi} \right] dt + \Delta V_\xi(0).$$

Учитывая соотношения (11) для $\Delta w_\xi, \Delta w_\eta, \Delta w_\zeta$ можно определить:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta V_{\xi} &= \int_0^t [m_{u1\xi} w_{\xi} + \Delta a_{\xi} + \Delta g_{m_{\xi}} + \varepsilon_{m_{\xi}}] dt + \Delta V_{\xi}(0) = \int_0^t [\Delta a_{\xi} + \Delta g_{m_{\xi}} + \varepsilon_{u1\xi}^{\exists}] dt + \Delta V_{\xi}(0) \\ \Delta V_{\eta} &= \int_0^t [\Delta a_{\eta} + \Delta g_{m_{\eta}} + \varepsilon_{u1\eta}^{\exists}] dt + \Delta V_{\eta}(0) \\ \Delta V_{\zeta} &= \int_0^t [\Delta a_{\zeta} + \Delta g_{m_{\zeta}} + \varepsilon_{u1\zeta}^{\exists}] dt + \Delta V_{\zeta}(0) \end{aligned} \right. , \quad (12)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_{u1\xi}^{\exists} &= m_{u1\xi} w_{\xi} + \varepsilon_{m_{\xi}} && \text{эквивалентные} \\ \varepsilon_{u1\eta}^{\exists} &= m_{u1\eta} w_{\eta} + \varepsilon_{m_{\eta}} - && \text{дрейфынулей} \\ \varepsilon_{u1\zeta}^{\exists} &= m_{u1\zeta} w_{\zeta} + \varepsilon_{m_{\zeta}} && \text{1}^{\text{ых}} \text{интеграторов} \end{aligned} \right. . \quad (13)$$

Как видно из выражений (11) и (12) для определения проекций абсолютного линейного ускорения и ошибок ΔV_i определения скорости объекта необходимо получить выражения для ошибок определения гравитационного ускорения объекта Δg_{mi} .

Проекции вектора гравитационного ускорения g'_m на оси инерциальной СК $O_1\xi\eta\zeta$ определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} g_{m\xi} &= \frac{-GM}{r^3} \cdot \left[1 + \frac{Ia^2}{r^2} \cdot \left(1 - 5 \cdot \frac{\xi^2}{r^2} \right) \right] \cdot \xi; \\ g_{m\eta} &= \frac{-GM}{r^3} \cdot \left[1 + \frac{Ia^2}{r^2} \cdot \left(1 - 5 \cdot \frac{\xi^2}{r^2} \right) \right] \cdot \eta; \\ g_{m\zeta} &= \frac{-GM}{r^3} \cdot \left[1 + \frac{Ia^2}{r^2} \cdot \left(1 - 5 \cdot \frac{\zeta^2}{r^2} \right) \right] \cdot \zeta \end{aligned} \quad (14)$$

где G – универсальная гравитационная постоянная; M – масса Земли; I – эмпирический коэффициент учитывающий эллиптичность Земли ($I = 1.6375 \cdot 10^{-3}$); r – радиус вектор определяемый расстоянием от точки O_1 (центр Земли) до точки M (координаты центра масс объекта) $r = R_3 \pm h$.

Уравнения (14) являются нелинейными. Чтобы получить линейные уравнения ошибок проекций вектора гравитационного ускорения g'_m на оси инерциальной СК $O_1\xi\eta\zeta$, следует пренебречь несферичностью Земли (т.е. удалить слагаемые с I , игнорируя тем самым отклонение гравитационной вертикали от геоцентрической) и оставив в соотношениях (14) только первые слагаемые:

$$\begin{aligned} g_{m\xi} &= \frac{-GM}{r^3} \cdot \xi; \quad g_{m\eta} = \frac{-GM}{r^3} \cdot \eta; \quad g_{m\zeta} = \frac{-GM}{r^3} \cdot \zeta; \\ r &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Величина гравитационного ускорения, с учетом принятых допущений, определяется выражением:

$$g_m = \sqrt{g_{m\xi}^2 + g_{m\eta}^2 + g_{m\zeta}^2} = \frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = \frac{G \cdot M}{r^2}. \quad (15a)$$

Варьируя выражения (14) получается ошибка $\Delta g_{m\xi}$:

$$\Delta g_{m\xi} = \frac{-G \cdot M}{r^3} \cdot \Delta \xi + 3 \cdot \frac{G \cdot M}{r^4} \cdot \Delta r \cdot \xi.$$

С учетом выражения (15) и (15a) определяется:

$$\Delta g_{m\xi} = \frac{-g_m}{r} \cdot \Delta \xi + 3 \cdot \frac{g_m}{r} \cdot \frac{\xi}{r} \cdot \Delta r.$$

Поскольку по определению вертикаль места (геоцентрическая) есть линия, соединяющая центр Земли (точка O_1) и точку на поверхности Земли (точка M) и, если

построить гипотетический маятник с плечом, равным радиусу Земли, а массу m маятника поместить в центр Земли, то маятник будет установлен также по вертикали места.

Период собственных незатухающих колебаний такого маятника составляет:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{mg_m R_3}{mR_3^2}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R_3}{g_m}} = 84,4 \text{ мин. (наповерхности Земли);} \quad (16)$$

$$v = \sqrt{\frac{g_m}{r}}; v^2 = \frac{g_m}{r}.$$

где $T_0 = T_{\text{Ш}}$ – период Шуллера; ω_0 – частота собственных колебаний; m – масса маятника; g_m – гравитационное ускорение (ускорение силы тяготения) $g=9,81\text{ м/с}^2$; $R_3 = r$ – радиус Земли (если фигура Земли сфера, то $R_3 = 6371,3$ км); v – частота Шуллера.

Такой период колебаний ($T_{\text{Ш}}$) называется периодом Шуллера по имени немецкого ученого, который впервые в начале XX века получил условие невозмущаемости ускорениями основания одного из типов маятников.

С учетом принятых обозначений окончательно:

$$\begin{cases} \Delta g_{m\xi} = -v^2 \cdot \Delta \xi + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\xi}{r} \cdot \Delta r \\ \Delta g_{m\eta} = -v^2 \cdot \Delta \eta + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\eta}{r} \cdot \Delta r. \\ \Delta g_{m\zeta} = -v^2 \cdot \Delta \zeta + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\zeta}{r} \cdot \Delta r \end{cases} \quad (17)$$

Величина Δr определится путем варьирования последнего выражения уравнения (15):

$$\begin{aligned} \Delta r &= \frac{1}{2\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}} \cdot (2\xi \cdot \Delta \xi + 2\eta \cdot \Delta \eta + 2\zeta \cdot \Delta \zeta); \\ \Delta r &= \frac{\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta}{r}. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставив (18) в (17) и затем все это в уравнения ошибок определения скорости объекта (12) можно получить следующее:

$$\begin{cases} \Delta V_\xi = \int_0^t \left[\Delta a_\xi - v^2 \cdot \Delta \xi + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\xi}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta) + \varepsilon_{u1\xi}^3 \right] dt + \Delta V_\xi(0) \\ \Delta V_\eta = \int_0^t \left[\Delta a_\eta - v^2 \cdot \Delta \eta + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\eta}{r^2} \cdot (\eta \cdot \Delta \eta + \xi \cdot \Delta \xi + \zeta \cdot \Delta \zeta) + \varepsilon_{u1\eta}^3 \right] dt + \Delta V_\eta(0) \\ \Delta V_\zeta = \int_0^t \left[\Delta a_\zeta - v^2 \cdot \Delta \zeta + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\zeta}{r^2} \cdot (\zeta \cdot \Delta \zeta + \xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta) + \varepsilon_{u1\zeta}^3 \right] dt + \Delta V_\zeta(0) \end{cases} \quad (19)$$

После $2^{\text{го}}$ интегрирования определяются координаты объекта.

В идеале это опишется следующими выражениями:

$$\xi = \int_0^t V_\xi dt + \xi_0; \eta = \int_0^t V_\eta dt + \eta_0; \zeta = \int_0^t V_\zeta dt + \zeta_0.$$

Связь между геоцентрическими координатами объекта (φ' , λ) и координатами ξ , η , ζ осуществляется согласно зависимостями:

$$\lambda = \arctg \frac{\eta}{\xi}; \varphi' = \text{arctg} \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}; r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2};$$

$$\alpha = \Omega_3 \cdot t \text{ (так как считается, что } \Omega_3 - \text{const).}$$

При необходимости географическую широту определяют по формуле:

$$\varphi = \varphi' + \delta = \varphi' + \varepsilon \cdot \sin 2\varphi'.$$

Учтя мультипликативную m_{u2} и аддитивную ε_{u2} погрешности 2^{r0} интегратора, определяются приборное значение координаты:

$$\xi^n = (1 + m_{u2\xi}) \cdot \int_0^t [V_\xi + \Delta V_\xi + \varepsilon_{u2\xi}] dt + \xi_0^n.$$

С учетом этого выражения для ошибок определения координат будет:

$$\Delta\xi = \xi^n - \xi = \int_0^t \left[m_{u2\xi} \cdot V_\xi + \Delta V_\xi + \underbrace{m_{u2\xi}(\Delta V_\xi + \varepsilon_{u2\xi})}_{\substack{\varepsilon \\ \text{2ой порядка малости} - \text{пренебрежем}}} \right] dt + \Delta\xi_0$$

Если обозначить эквивалентный дрейф нуля 2^{r0} интегратора:

$$\varepsilon_{u2i}^3 = m_{u2i} \cdot V_i + \varepsilon_{u2i}. \tag{20}$$

В результате получим следующее выражение для ошибок определения координат:

$$\begin{cases} \Delta\xi = \int_0^t [\Delta V_\xi + \varepsilon_{u2\xi}^3] dt + \Delta\xi_0 \\ \Delta\eta = \int_0^t [\Delta V_\eta + \varepsilon_{u2\eta}^3] dt + \Delta\eta_0, \\ \Delta\zeta = \int_0^t [\Delta V_\zeta + \varepsilon_{u2\zeta}^3] dt + \Delta\zeta_0 \end{cases} \tag{21}$$

Уравнения ошибок БИНС – это уравнения (4), (10), (19) и (21).

Следует записать эти уравнения вместе, но в уравнениях с интегралами (19) и (21) перейти к более привычным дифференциальным уравнениям:

$$\Delta\dot{C} = \Delta C \cdot \Omega + C \cdot \Delta\Omega;$$

$$\begin{bmatrix} \Delta a_\xi \\ \Delta a_\eta \\ \Delta a_\zeta \end{bmatrix} = \Delta C \cdot \begin{bmatrix} a_{x_0} \\ a_{y_0} \\ a_{z_0} \end{bmatrix} + C \cdot \begin{bmatrix} \Delta a_{x_0} \\ \Delta a_{y_0} \\ \Delta a_{z_0} \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned} \Delta\dot{V}_\xi &= \Delta a_\xi - v^2 \cdot \Delta\xi + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\xi}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta\xi + \eta \cdot \Delta\eta + \zeta \cdot \Delta\zeta) + \varepsilon_{u1\xi}^3; \\ \Delta\dot{V}_\eta &= \Delta a_\eta - v^2 \cdot \Delta\eta + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\eta}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta\xi + \eta \cdot \Delta\eta + \zeta \cdot \Delta\zeta) + \varepsilon_{u1\eta}^3; \end{aligned} \tag{22}$$

$$\dot{V}_\zeta = \Delta a_\zeta - v^2 \cdot \Delta\zeta + 3 \cdot v^2 \cdot \frac{\zeta}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta\xi + \eta \cdot \Delta\eta + \zeta \cdot \Delta\zeta) + \varepsilon_{u1\zeta}^3;$$

$$\Delta\dot{\xi} = \Delta V_\xi + \varepsilon_{u2\xi}^3;$$

$$\Delta\dot{\eta} = \Delta V_\eta + \varepsilon_{u2\eta}^3;$$

$$\Delta\dot{\zeta} = \Delta V_\zeta + \varepsilon_{u2\zeta}^3.$$

Выводы

1. Получена полная система дифференциальных уравнений ошибок БИНС (22), которые состоят из:

а) уравнений ошибок определения угловой ориентации объекта (4). В (4) входят ω изменяемые ДУС). Углы ориентации ПО определяются из матрицы направляющих косинусов С, определяющей взаимное положение осей инерциальной системы координат $O_1\xi\eta\zeta$ и осей ПО $Ox_0y_0z_0$. Для решения данной задачи определились элементы C_{ij} матрицы направляющих косинусов (6,7). По направляющим косинусам C_{ij} находятся углы рыскания ψ , крена γ и дифферента ν для ПО;

$$\psi = \arctg\left(\frac{C_{12}}{C_{22}}\right); \gamma = \arctg\left(\frac{C_{13}}{C_{33}}\right); v = \arcsin(C_{32}) = \arctg\left[\frac{C_{32}}{\sqrt{1-C_{32}^2}}\right];$$

б) уравнения ошибок определения проекций кажущегося ускорения объекта на оси инерциальной системы координат (10) с учетом гравитационного ускорения Δg_{mi} ;

в) уравнения ошибок определения линейной скорости объекта в координатных осях $O_1\xi\eta\zeta$ (12) с учетом гравитационного ускорения Δg_{mi} . В уравнения ошибок определения линейной скорости входит частота Шуллера v ;

г) уравнения ошибок определения координат объекта (21) с учетом гравитационного ускорения Δg_{mi} и частоты Шуллера v . Используя выражение (21), можно получить сферические координаты объекта φ, λ, h .

$$\lambda = \arctg\frac{h}{\xi}; \varphi' = \arctg\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 + h^2}}; h = r - R_3$$

2. Полученная система дифференциальных уравнений ошибок позволяет перейти от уравнений с интегральными членами (19) и (21) к обычным дифференциальным уравнениям, что позволяет избавиться от очень быстрорастущих во времени ошибок интегрирования.

3. Полная система дифференциальных уравнения ошибок БИНС позволяет их эффективно использовать в алгоритмах фильтрации (например, Калмановской), так как они все наблюдаемые и прогнозируемые, что позволяет их компенсировать на программно-алгоритмическом уровне, их можно включить в вектор состояния $\dot{x}(t)$, т.е. создание самоадаптирующегося алгоритма резко снижающего зависимость от необходимости корректирующих работу БИНС воздействий.

4. БИНС вырабатывает составляющие векторов линейных скоростей и линейных перемещений, а также угловые скорости качки и рыскание объекта в географической системе координат. Информация о составляющих этих векторов вырабатывается с требуемой точностью как в низкочастотном, так и в высокочастотном спектре изменения угловых и линейных параметров движения ПО.

5. Организация взаимодействия системы сигналов БИНС, работающей с учетом разработанных уравнений ошибок, с бортовой системой потребителя снижает влияние таких возмущений, как вибрация, деформация корпуса ПО на качке, погрешности синхронизации.

6. Все это дает основание использовать разработанную систему дифференциальных уравнений ошибок БИНС при создании новых и совершенствовании имеющихся методов и способов выработки высокоточных устойчивых и надежных алгоритмов определения кинематических и динамических параметров ПО, используемых при решении задач высокоточного позиционирования.

7. Полученные зависимости позволяют использовать современные быстродействующие численные методы в вычислителе БИНС (методы Эйлера, Хойне, Рунге-Кутта, многошаговые методы прогноза – коррекции и т.д.).

8. Корректировать существующие вычислительные процедуры для управляющих устройств ПО без значительных преобразований их первоначальной структуры.

9. Возможно дальнейшее развитие предложенных алгоритмов с учетом температурных возмущений, элементов БИНС, а также с учетом воздействия на ПО внешних факторов (волнение, ветер, течения).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под ред. Б. С. Алешина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморский. Москва : Физматлит, 2006. 424 с.

2. Анучин О. Н., Комарова И. Э., Порфирьев Л. Ф. Бортовые системы навигации и ориентации искусственных спутников Земли. Санкт-Петербург : ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004. 326 с.

3. Анучин О. Н., Емельянец Г. И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. Санкт-Петербург: ГНУ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 390 с.
4. Снигур А. К. Математическая модель ошибок БИНС в кватернионной форме. *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету : наукові праці КДПУ*. Кременчук : КДПУ, 2002. Вип. 1 (12). С. 382–385.
5. Снигур А. К. Особенности построения интегрированных БИНС с магнитометрическими преобразователями. *Сборник докладов Международной научно-технической конференции «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники»*. Часть 1. Киев : НТТУ «КПИ», 2003. С. 262–267.
6. Снигур А. К. Бесплатформенный подход к решению задач азимутальной ориентации и определения навигационных и разведываемых параметров геомагнитного поля с помощью магнитометра. *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського*. Кременчук : КДПУ, 2007. Вип. 7 (45). Частина 1. С. 149–152.
7. Снигур А. К. Погрешности бесплатформенного способа измерения магнитного курса и компонент вектора напряженности геомагнитного поля. *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського*. Кременчук : КДПУ, 2008. Вип. 4 (51). Частина 1. С. 169–173.
8. Снигур А. К. Этапы развития и совершенствования прецезионных гироскопических датчиков. *Збірник наукових праць*. Севастополь : Севастопольський ВМІ ім. П.С.Нахімова, 2004. Вип. 1 (4). С. 163–170.
9. Снигур А. К. Анализ современного состояния и перспектив развития акселерометров. *Збірник наукових праць*. Севастополь : Севастопольський ВМІ ім. П.С.Нахімова, 2004. Вип.1(4). С. 178–186.
10. Самотокин Б. Б., Мелешко В. В., Степанковский Ю. В. Навигационные приборные системы. Киев : Вища школа, 1986. 342 с.
11. Кробка Н. И. Новый этап гироскопии на эффекте Саньяка. Состояние работ и тенденции развития. *Сборник докладов Международной научно-технической конференции «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники»*. Ч. 1. Киев : НТТУ «КПИ», 2011. С. 98–102.

REFERENCES

1. Orientaciya i navigaciya podvizhnikh objektov: sovremenniye informacionniye tekhnologii / Pod red. B.S. Aleshina, K.K. Veremeenko, A.I. Chernomorskiy. M.: Fizmatlit, 2006. 424 s.
2. Anuchin O. N., Komarova I. Eh., Porfirjev L. F. *Bortovihe sistemih navigacii i orientacii iskusstvennikh sputnikov Zemli*. SPb.: GNC RF CNII «Ehлектроприбор», 2004. 326 s.
3. Anuchin O. N., Emel'yanec G. I. *Integrirovanniye sistemih orientacii i navigacii dlya morskikh podvizhnikh objektov*. SPb.: GNU RF CNII «Ehлектроприбор», 2003. 390 s.
4. Snigur A. K. Matematicheskaya model' oshibok BINS v kvaternionnoy forme. *Visnik Kremenuchjckogo derzhavnogo politekhnichnogo universitetu : naukovі praci KDPU*. Kremenchug: KDPU, 2002. Vip.1 (12). P. 382–385.
5. Snigur A. K. Osobennosti postroeniya integrirovannikh BINS s magnitometrisheskimi preobrazovatelyami. *Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferenciya «Girotekhnologii, navigaciya, upravlenie dvizheniem i konstruirovaniye aviacionno – kosmicheskoy tekhniki» : sbornik dokladov*. Chastj 1. Kyev : NTTU «KPI», 2003. P. 262–267.
6. Snigur A. K. Besplatformennihy podkhod k resheniyu zadach azimutal'noy orientacii i opredeleniya navigacionnikh i razvedihvaemihkh parametrov geomagnitnogo polya s pomothjyu magnitometra. *Visnik Kremenuchjckogo derzhavnogo politekhnichnogo universitetu imeni Mikhayjla Ostrogradsjkogo*. Kremenchuk : KDPU, 2007. Vip.7 (45). Chastina 1. P. 149–152.

7. Snigur A. K. Pogreshnosti besplatformennogo sposoba izmereniya magnitnogo kursa i komponent vektora napryazhennosti geomagnitnogo polya. *Visnik Kremenuchujkogo derzhavnogo politekhnichnogo universitetu imeni Mikhayjla Ostrogradskogo*. Kremenuchuk : KDP, 2008. Vip.4 (51). Chastina 1. P. 169–173.
8. Snigur A.K. Ehtapih razvitiya i sovershenstvovaniya precezionnihkhi giroskopicheskikh datchikov. *Zbirnik naukovikh pracj*. Sevastopolj : Sevastopoljskij VMI im. P.S.Nakhimova. 2004. Vip. 1 (4). P. 163–170.
9. Snigur A. K. Analiz sovremennogo sostoyaniya i perspektiv razvitiya akselerometrov. *Zbirnik naukovikh pracj*. Sevastopolj: Sevastopoljskij VMI im. P.S.Nakhimova. 2004 Vip. 1 (4). P. 178–186.
10. Samotokin B.B., Meleshko V.V., Stepankovskij Yu.V. *Navigacionnihe pribornihe sistemih*. Kyev: Vitha shkola, 1986. 342 s.
11. Krobka N.I. Novihy ehtap giroskopii na ehffekte Sanjyaka. Sostoyanie rabot i tendencii razvitiya. *Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferenciya «Girotekhnologii, navigaciya, upravlenie dvizheniem i konstruirovaniye aviacionno-kosmicheskoy tekhniki»* : *Sbornik dokladov*. Ch. 1. Kyev : NTTU «KPI», 2011. P. 98–102.

Бердинських Б. В., Голіков А. О., Вильський Г. Б., Снігур О. К. ОПТИМІЗАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОГО АЛГОРИТМА БІНС ДЛЯ ВИСОКОТОЧНИХ СИСТЕМ ПОЗИЦІОНУВАННЯ МОРСЬКИХ ВИРОБНИЧИХ ОБ'ЄКТІВ

У статті розглянуті завдання дослідження можливостей оптимізації математичних алгоритмів роботи безплатформених інерційних систем на основі розробки нових і вдосконалення наявних методів і способів вироблення високоточних стійких і надійних методів визначення кінематичних і динамічних параметрів переміщення виробничих об'єктів, для вирішення завдань високоточного позиціонування. Розглянуто один з алгоритмів, який дозволяє в значній мірі виключити вплив одного з головних недоліків інерційних навігаційних систем - необхідність систематичної корекції від зовнішніх координатних джерел, які теж мають свої обмеження. Отримано залежності, які дозволяють використовувати сучасні швидкодіючі чисельні методи в обчислювачі безплатформених інерційних систем (методи Ейлера, Хойні, Рунге-Кутта, багатокрокові методи прогнозу - корекція і т.д.), а також коригувати існуючі обчислювальні процедури для керуючих пристроїв виробничих об'єктів без значних перетворень їх первісної структури. Можливо подальший розвиток запропонованих алгоритмів з урахуванням температурних збурень, елементів безплатформених інерційних систем, а також з урахуванням впливу на виробничі об'єкти зовнішніх факторів (хвилювання, вітер, течії).

Ключові слова: безплатформенні інерціальні системи, динамічне позиціонування.

Berdinskikh B. V., Golikov A. A., Vilsky G. B., Snigur A. K. OPTIMIZATION OF THE SINS MATHEMATICAL ALGORITHM FOR HIGH-PRECISION POSITIONING SYSTEMS OF MARINE PRODUCTION FACILITIES

The article discusses the problems of studying the possibilities of optimizing mathematical algorithms for the operation of platformless inertial systems based on the development of new and improvement of existing methods and methods for developing high-precision stable and reliable methods for determining the kinematic and dynamic parameters of the movement of production facilities, for solving high-precision positioning problems. One of the algorithms is considered, which makes it possible to largely eliminate the effect of one of the main disadvantages of inertial navigation systems - the need for systematic correction from external coordinate sources, which also have their own limitations. Dependencies have been obtained that allow the use of modern high-speed numerical methods in the computer of platformless inertial systems (Euler, Hoine, Runge-Kutta methods, multistep forecast methods - corrections, etc.), as well as correct the existing computational procedures for the control devices of production facilities without significant transformations of their original structure. Further development of the proposed algorithms is possible, taking into account temperature perturbations, elements of platformless inertial systems, and also taking into account the impact on production facilities of external factors (waves, wind, currents).

Keywords: platformless inertial systems, dynamic positioning.

© Бердинських Б. В., Голіков А. О., Вильський Г. Б., Снігур О. К.

Статтю прийнято
до редакції 22.10.18