

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ПРИСТРОЮ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ЗМІНАМИ ШВИДКОСТІ ІЗ ЗУБЧАСТИМ ДИФЕРЕНЦІАЛОМ І ЗАМКНУТОЮ ГІДРОСИСТЕМОЮ ЧЕРЕЗ ВОДИЛО

Стрілець О. Р., к.т.н., доцент Національного університету водного господарства та природокористування (м. Київ), e-mail: o.r.strilets@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3834-7176;

Малащенко В. О., д.т.н., професор Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: volod.malash@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7889-7303;

Стрілець В. М., к.т.н., професор Національного університету водного господарства та природокористування (м. Київ), e-mail: v.m.strilets@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2098-2315

Метою дослідження є побудова динамічної моделі пристрою зміни швидкості за допомогою зубчастого диференціала і замкнутої гідросистеми, де ведучою ланкою є сонячне зубчасте колесо, а замкнута гідросистема зв'язана з водилом і завдяки зміні його швидкості використовується для отримання необхідного закону руху на веденій ланці – епіциклі.

Із аналізу останніх публікацій виявлено, що новим пристроям керування змінами швидкості із зубчастим диференціалом і замкнутою гідросистемою через водило питанням динаміки приділено мало уваги. Вирішення цих питань дозволять розробити методи зменшення впливу динамічних навантажень на механічні приводи машин при зміні швидкості.

У статті отримана динамічна модель руху нових пристроїв зміни швидкості за допомогою зубчастого диференціала із замкнутою гідросистемою через водило у вигляді рівняння динаміки методом Лагранжа II роду. Результатом рішення рівняння динаміки в частинних похідних є система двох диференціальних рівнянь з невідомими похідними швидкостей сонячного зубчастого колеса та епіциклу.

Отримані результати є підґрунтям для подальшого комп'ютерного моделювання на ПК та проведення кількісного аналізу з метою оцінки роботи таких пристроїв для характерних випадків зміни обертального моменту опору: періодичного, ударного довготривалого, ударного короткотривалого і значного перенавантаження, аж до зупинки машини.

Ключові слова: динамічна модель, пристрій для керування змінами швидкості, зубчастий диференціал, замкнута гідросистема, сонячне зубчасте колесо, епіцикл, водило, сателіт.

DOI: 10.33815/2313-4763.2020.1.22.131-141

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. При виконанні технологічних операцій машинами у різних галузях промисловості необхідна зміна швидкості за величиною і напрямом. Для керування змінами швидкостей у сучасній техніці, наприклад, у транспортних, гірничих, будівельних, дорожніх, меліоративних і сільськогосподарських машинах, на суднах, літальних і підводних апаратах, у верстатах, на підйомно-транспортному устаткуванні тощо використовуються пристрої у вигляді ступінчастих і безступінчастих коробок швидкостей. Основними недоліками ступінчастого керування швидкістю за величиною та напрямом є: складність конструкції пристроїв, висока матеріаломісткість, великі динамічні навантаження, які виникають під час переходу з однієї швидкості на другу навіть зі синхронізаторами. Для безступінчастого керування швидкістю основним недоліком є інтенсивне спрацювання деталей унаслідок тертя через використання фрикційних гальм і блокувальних фрикційних муфт. Через наявність багатьох недоліків цих пристроїв запропоновані нові пристрої у вигляді зубчастих диференціалів з замкнутими гідросистемами [1, 2]. Для згаданих пристроїв керування змінами швидкості проведені широкі кінематичні [3] й енергетичні [4] дослідження. Проектування та експлуатація таких пристроїв вимагає глибоких знань про силові, особливо динамічні процеси, які виникають у них. Дослідження динамічних процесів у пристроях зміни швидкості із зубчастими диференціалами, де керування швидкістю здійснюється за допомогою замкнутої гідросистеми через водило, є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. До механічних пристроїв із зубчастими диференціалами проявляють цікавість багато вітчизняних і зарубіжних учених, які охоплюють питання кінематики, динаміки, енергетичної ефективності та інші. Проаналізуємо деякі з них, наведені в наукових роботах [5–21].

У [5] проаналізовано вплив зміни форми профілю зуба планетарної передачі на динаміку без урахування енергозатрат.

У [6] запропонована і досліджена нелінійна динамічна модель двоступінчастого планетарного механізму на підставі аналітичного рішення динамічних рівнянь у програмі MATLAB, але для замкнутої конструкції механізму.

В [7] представлені результати перевірки динамічної моделі привода, з відмінним від даного дослідження редуктором, які проводилися на реальному об'єкті в різних умовах експлуатації і симуляційні дослідження, щоб визначити придатність моделі.

В [8] розроблена динамічна модель для аналізу коливань від обертового моменту в планетарному механізмі. Модель ураховує нелінійні фактори, такі як жорсткість сітки, що змінюється в часі, люфт передач і в'язке демпування та використовується для діагностування виникнення тріщин у водилі планетарного механізму.

В [9] автори використали комп'ютерне моделювання числовими методами для симуляції динамічної моделі станда для дослідження зубчастого зачеплення, що може бути використана для аналізу впливу різних конструкційних, технологічних та операційних факторів на вібраційні явища в довільній парі зубчастих коліс.

У [10] на основі обертового моменту рівнянь силового балансу і силового аналізу основних елементів проаналізовано розподіл потужностей багатоступінчастого мікропланетарного редуктора 2К-Н.

У [11] автори пропонують алгоритм для вирішення завдання з виявлення виродженої планетарної зубчастої передачі, автоматизованої за допомогою інтерактивної комп'ютерної програми. Алгоритм застосовується для передач з будь-якою кількістю ступенів свободи.

В [12] звертається увага на повне розуміння базової механіки планетарних передач та оцінки їх механічної ефективності й підсумовується, що для тих самих вхідних та вихідних ланок втрата потужності має для кожної дійсної послідовності кутових швидкостей своєрідне математичне вираження.

В [13] наведені причини, які стримують застосування плавно регульованої планетарної передачі через наявність конструктивної складності механізму регулювання передаточного відношення та описані варіанти його спрощення.

В [14] звернута увага, що планетарні передачі використовуються в промисловості за багатьма перевагами, які мають підвищену ефективність і дуже компактний привод, складений із зубчастих коліс, і вихід з ладу однієї ланки впливає на всю передачу, тому необхідно знати причини цього.

В [15] пропонується диференціальне рівняння динаміки системи планетарних передач подвійним і тиском кутів. Для вирішення рівняння використовується метод Рунге-Кутти 4-го порядку.

В [16] описана будова, керування та чисельне моделювання нового бінарного керованого привода змінної жорсткості (BcVSA), для якого також складені рівняння динаміки планетарної передачі у його складі.

В [17] представлений аналітичний метод, який може забезпечити зниження динамічних вібрацій і шуму в автоматичній коробці передач, що містить крім іншого планетарну передачу, завдяки аналізу розробленої математичної моделі вібрацій змішаних передач від згину, кручення та осьових коливань.

В [18] отримані безрозмірні динамічні рівняння багатоступінчастої передаточної системи, яка містить двоступінчасту передачу з нерухомими осями та одноступінчасту планетарну передачу для встановлення причин зносу сателіта.

В [19] розглядається кусково-задана нелінійна динамічна модель обгінної муфти типу SOWC, а також люфт та зміна жорсткості зачеплення за часом планетарної передачі гібридного планетарного привода.

В [20] розроблений метод чисельного дослідження квазістатичних характеристик розподілу навантаження для сателітів планетарних передач, установлених на підшипниках ковзання, для оцінки динамічних показників їх роботи.

В [21] запропонована динамічна модель керування швидкістю через епіцикл привода із зубчастою диференціальною передачею і замкнутою гідросистемою.

Із аналізу останніх публікацій видно, що питанням динаміки нових пристроїв керування змінами швидкості із зубчастим диференціалом за допомогою замкнутої гідросистеми приділено недостатньо уваги. Ці питання динаміки таких пристроїв чекають свого вирішення. Вивчення динаміки таких пристроїв дозволить розробити методи зменшення впливу динамічних навантажень на них.

Формулювання мети статті, постановка задачі. Метою роботи є виконати дослідження динамічних процесів у пристроях зміни швидкості за допомогою зубчастого диференціала із замкнутою гідросистемою, де ведучою ланкою є сонячне зубчасте колесо і приводиться електричним двигуном, а замкнута гідросистема зв'язана з водилом і використовується для отримання необхідного закону руху на веденій ланці – епіциклі.

Для досягнення даної мети поставлені такі задачі:

- розробити математичну модель руху зубчастого диференціала з замкнутою гідросистемою і керуванням через водило;
- скласти рівняння динаміки, які описують передачу обертового моменту;
- знайти рішення складених рівнянь динаміки.

Об'єктом дослідження є пристрій зміни швидкості, що складається з зубчастого диференціала та замкнутої гідросистеми, де ведучою ланкою є сонячне зубчасте колесо, що приводиться електричним двигуном, а замкнута гідросистема зв'язана з водилом і використовується для отримання необхідного закону руху на веденій ланці – епіциклі.

Предметом дослідження є динамічні процеси, що виникають у пристрої зміни швидкості при передачі ним типових випадків навантаження у вигляді обертового моменту.

Виклад матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. На рис. 1 наведена гідравлічна схема замкнутої гідросистеми, яка складається з гідронасоса 1, трубопроводів 2, регулювального крана 3, зворотного клапана 4 і ємності з рідиною 5.

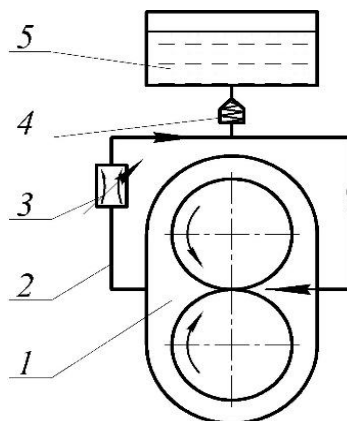


Рисунок 1 – Принципова схема замкнутої гідросистеми

$T_4 = 0,5(J_4 + J_7)\omega_4^2$ – водило із зубчастим колесом 7; $T_{7'} = 0,5J_{7'}\omega_{7'}^2$ – зубчасте колесо 7' із замкнутою гідросистемою.

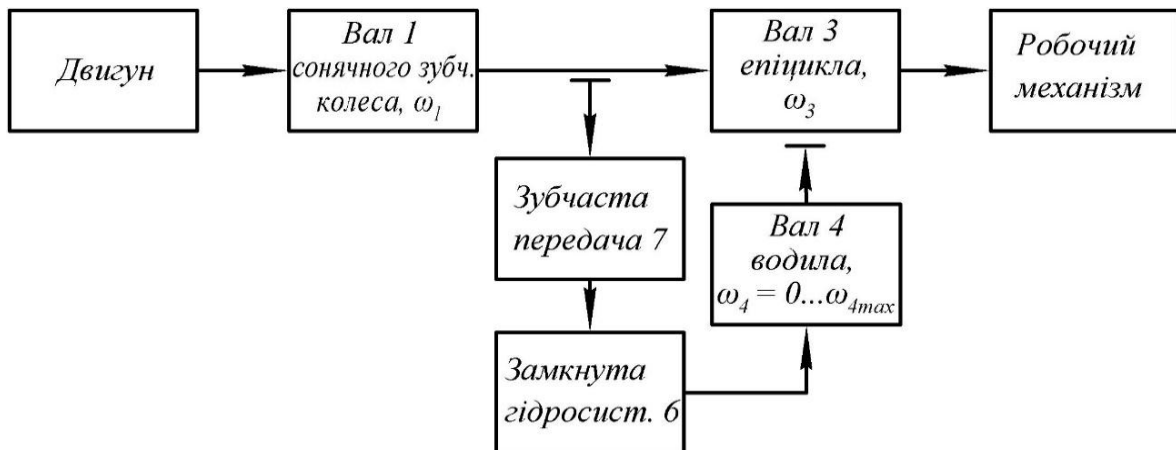


Рисунок 3 – Блок-схема передачі обертового моменту від сонячного зубчастого колеса до епіциклу

Тоді вираз для загальної кінетичної енергії такого пристрою має вид:

$$2T = J_1\omega_1^2 + k(J_2\omega_2^2 + m_2v_C^2) + J_3\omega_3^2 + (J_4 + J_7)\omega_4^2 + J_7\omega_{7'}^2, \quad (2)$$

де ω_i , J_i і m_2 – відповідно кутові швидкості, динамічні моменти інерції ланок відносно центрів мас і маса сателіта; k – кількість сателітів; $v_C = \omega_4 r_4$ – колова швидкість осі обертання сателіта, r_4 – радіус обертання водила. Цей радіус дорівнює сумі початкових радіусів сонячного зубчастого колеса і сателіта $r_4 = 0,5(d_{w_1} + d_{w_2})$.

Зв'язок між швидкостями ланок у зубчастому диференціалі через задані швидкості ведучої ланки ω_1 і веденої ланки ω_3 наступний:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1(u_{21}^{(4)}u_{34}^{(1)} - u_{31}^{(4)}u_{24}^{(1)}) + \omega_3u_{24}^{(1)}}{u_{34}^{(1)}}; \quad \omega_4 = \frac{\omega_3 - \omega_1u_{31}^{(4)}}{u_{34}^{(1)}}; \quad \omega_{7'} = \frac{\omega_3 - \omega_1u_{31}^{(4)}}{u_{34}^{(1)}u_{77}^{(1)}}, \quad (3)$$

де передаточні відношення для схеми зубчастого диференціала, що розглядається:

$$u_{21}^{(4)} = -\frac{z_1}{z_2}; \quad u_{31}^{(4)} = -\frac{z_1}{z_3}; \quad u_{24}^{(1)} = 1 - u_{21}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_2}; \quad u_{34}^{(1)} = 1 - u_{31}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_3}; \quad u_{77}^{(1)} = -\frac{z_7'}{z_7}; \quad (4)$$

Підставимо значення ω_2 , ω_4 , $\omega_{7'}$ і V_C у (2), отримаємо:

$$2T = J_1\omega_1^2 + k[J_2\left(\frac{\omega_1(u_{21}^{(4)}u_{34}^{(1)} - u_{31}^{(4)}u_{24}^{(1)}) + \omega_3u_{24}^{(1)}}{u_{34}^{(1)}}\right)^2 + m_2\left(\frac{\omega_3 - \omega_1u_{31}^{(4)}}{u_{34}^{(1)}}\right)^2 r_C^2] + J_3\omega_3^2 + (J_4 + J_7)\left(\frac{\omega_3 - \omega_1u_{31}^{(4)}}{u_{34}^{(1)}}\right)^2 + J_{7'}\left(\frac{\omega_3 - \omega_1u_{31}^{(4)}}{u_{34}^{(1)}u_{77}^{(1)}}\right)^2. \quad (5)$$

У виразі (5) розкриємо дужки і зведемо члени з однаковими швидкостями:

$$\begin{aligned}
 2T = & [J_1 + \frac{kJ_2}{(u_{34}^{(1)})^2} (u_{21}^{(4)}u_{34}^{(1)} - u_{31}^{(4)}u_{24}^{(1)})^2 + \frac{km_2r_C^2 + J_4 + J_7 + J_{7'}}{(u_{34}^{(1)})^2} (u_{31}^{(4)})^2] \omega_1^2 - \\
 & - \{ \frac{2kJ_2}{(u_{34}^{(1)})^2} [(u_{21}^{(4)}u_{34}^{(1)} - u_{31}^{(4)}u_{24}^{(1)})u_{24}^{(1)}] + \frac{km_2r_C^2 + J_4 + J_7 + J_{7'}}{(u_{34}^{(1)})^2} u_{31}^{(4)} \} \omega_3 \omega_1 + \\
 & + [\frac{kJ_2}{(u_{34}^{(1)})^2} (u_{24}^{(1)})^2 + \frac{km_2r_C^2 + J_4 + J_7 + J_{7'}}{(u_{34}^{(1)})^2} + J_3] \omega_3^2.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Після введення позначень рівняння (6) запишемо у спрощеному вигляді:

$$2T = J_{11}\omega_1^2 - 2J_{13}\omega_3\omega_1 + J_{33}\omega_3^2. \tag{7}$$

У виразі (7) маємо такі позначення:

$$\begin{aligned}
 J_{11} = & J_1 + \frac{kJ_2}{(u_{34}^{(1)})^2} (u_{21}^{(4)}u_{34}^{(1)} - u_{31}^{(4)}u_{24}^{(1)})^2 + \frac{km_2r_C^2 + J_4 + J_7 + J_{7'}}{(u_{34}^{(1)})^2} (u_{31}^{(4)})^2; \\
 J_{13} = & \frac{2kJ_2}{(u_{34}^{(1)})^2} (u_{21}^{(4)}u_{34}^{(1)} - u_{31}^{(4)}u_{24}^{(1)})u_{24}^{(1)} + \frac{km_2r_C^2 + J_4 + J_7 + J_{7'}}{(u_{34}^{(1)})^2} u_{31}^{(4)}; \\
 J_{33} = & \frac{kJ_2}{(u_{34}^{(1)})^2} (u_{24}^{(1)})^2 + \frac{km_2r_C^2 + J_4 + J_7 + J_{7'}}{(u_{34}^{(1)})^2} + J_3.
 \end{aligned}$$

Підставляючи вираз для кінетичної енергії (7) у рівняння Лагранжа II роду (1) і, беручи часткові похідні за кутовими швидкостями ω_1 і ω_3 , отримаємо систему двох диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} J_{11}\dot{\omega}_1 + J_{13}\dot{\omega}_3 = M_{361}; \\ J_{13}\dot{\omega}_1 + J_{33}\dot{\omega}_3 = M_{363}, \end{cases} \tag{8}$$

де $M_{361} = M_1 + M_7u_{71}^{(4)}$, $M_{363} = -M_3 + M_3u_{77}^{(1)}$.

Зведений момент M_{361} визначаємо з рівності потужностей моментів сил при нерухомому водилі, а момент M_{363} – при нерухомому сонячному зубчастому колесі. Оскільки момент $M_1 = M_1(\omega_1)$ є функцією від кутової швидкості сонячного зубчастого колеса, момент зміни навантаження на валу епіциклу $M_3 = M_3(t)$ залежить від часу, а $M_7 = M_7(v_{pi\omega})$ залежить від витрат рідини гідросистеми, то у загальному випадку отримана система (8) є нелінійною.

Для рішення приведемо систему (8) до спрощеного вигляду:

$$a_1\dot{\omega}_1 + a_2\dot{\omega}_3 = c_1; \tag{9}$$

$$b_1\dot{\omega}_1 + b_2\dot{\omega}_3 = c_3. \tag{10}$$

де $a_1 = J_{11}$; $a_2 = b_1 = J_{13}$; $b_2 = J_{33}$; $c_1 = M_{361}$; $c_3 = M_{363}$.

Перемножимо рівняння (9) на a_2/a_1 , маємо

$$a_2\dot{\omega}_1 + \frac{b_1a_2}{a_1}\dot{\omega}_3 = \frac{c_1a_2}{a_1}. \tag{11}$$

Віднімаємо від рівняння (10) рівняння (11), отримаємо такий вираз:

$$b_2 \dot{\omega}_3 - \frac{b_1 a_2}{a_1} \dot{\omega}_3 = c_3 - \frac{c_1 a_2}{a_1} \quad (12)$$

У виразі (12) зведемо подібні і визначимо $\dot{\omega}_3$.

$$\dot{\omega}_3 = \frac{c_3 - \frac{c_1 a_2}{a_1}}{b_2 - \frac{b_1 a_2}{a_1}} = \frac{c_3 a_1 - c_1 a_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2} \quad (13)$$

Подібно визначимо $\dot{\omega}_1$. Перемножимо рівняння (10) на b_2/b_1 і дістанемо:

$$\frac{a_1 b_2}{b_1} \dot{\omega}_1 + b_2 \dot{\omega}_3 = \frac{c_1 b_2}{b_1} \quad (14)$$

Далі від рівняння (9) віднімемо рівняння (14) і отримаємо такий вираз:

$$a_2 \dot{\omega}_1 - \frac{a_1 b_2}{b_1} \dot{\omega}_1 = c_3 - \frac{c_1 b_2}{b_1} \quad (15)$$

Зведемо подібні й визначимо $\dot{\omega}_1$.

$$\dot{\omega}_1 = \frac{c_3 - \frac{c_1 b_2}{b_1}}{a_2 - \frac{a_1 b_2}{b_1}} = \frac{c_3 b_1 - c_1 b_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1} \quad (16)$$

Тоді за (13) і (16) маємо таку систему рівнянь:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{c_3 b_1 - c_1 b_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1}; \quad \dot{\omega}_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{c_3 a_1 - c_1 a_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2} \quad (17)$$

Проінтегруємо вирази (17), маємо:

$$\omega_1 = \left(\frac{c_3 b_1 - c_1 b_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1} \right) t + \alpha_1; \quad \omega_3 = \left(\frac{c_3 a_1 - c_1 a_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2} \right) t + \alpha_2 \quad (18)$$

де α_1 і α_2 – постійні інтегрування, визначаються із початкових умов.

Переходом до початкових позначень отримаємо вирази шуканих параметрів:

$$\omega_1 = \left(\frac{M_{363} J_{13} - M_{361} J_{33}}{J_{13}^2 - J_{33} J_{11}} \right) t + \alpha_1; \quad (19)$$

$$\omega_3 = \left(\frac{M_{363} J_{11} - M_{361} J_{13}}{J_{33} J_{11} - J_{13}^2} \right) t + \alpha_2$$

Отримані аналітичні вирази є розв'язками поставленої задачі.

Висновки і перспектива подальшої роботи в даному напрямі.

1. У роботі розроблено математичну модель руху зубчастого диференціала з можливістю керування рухом епіциклу замкнутою гідросистемою через водило з метою

забезпечення необхідного закону зміни навантаження на ведучій ланці – сонячному зубчастому колесі, що відповідає заданому технологічному процесу.

2. Складені рівняння динаміки, які описують передачу обертального моменту, і знайдені їх рішення.

3. Користуючись виразом (3) відносно ω_7 і вихідними силовими даними механічного привода, можна проводити вибір необхідної гідросистеми для керування швидкістю руху веденої його ланки.

4. Отримані результати можуть бути підґрунтям для проведення кількісного аналізу кінематичних та силових залежностей механічного привода із зубчастим диференціалом і гідросистемним керуванням через водило.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Класифікація способів і пристроїв керування процесом зміни швидкості у техніці. *Підійомно-транспортна техніка*. 2015. №1. С. 70–78.

2. Malashchenko, V., Strilets O., Strilets V. Fundamentals of Creation of New Devices for Speed Change Management. *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science*. 2015. Vol. 1. No. 2. pp. 11–20.

3. Стрілець О. Р. Керування змінами швидкості за допомогою диференціальної передачі через епіцикл. *Вісник Тернопільського національного технічного університету*. Тернопіль: ТНТУ. 2015. № 4(80). С. 129–135.

4. Стрілець О.Р. Керування процесом зміни швидкості за допомогою диференціальної передачі через водило. *Вісник Кременчуцького національного університету*. Кременчук : КрНУ. 2015. Вип. 6(95). С. 72–77.

5. Bahk, C.-J, Parker, R.G., (2013) Analytical investigation of tooth profile modification effects on planetary gear dynamics. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, 70, 298–319. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2013.07.018>.

6. Huang, Q., Wang, Y., Huo, Zh., Xie, Yu., (2013) Nonlinear Dynamic Analysis and Optimization of Closed-Form Planetary Gear System. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013.12. <http://doi.org/10.1155/2013/149046>.

7. Peruń, G., (2014) Verification Of Gear Dynamic Model In Different Operating Conditions, *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 84, 99-104. http://sjsutst.polsl.pl/archives/2014/vol84/099_ZN84_2014_Perun.pdf.

8. Fan Lei. Wang Shaoping. Wang Xingjian, Han Feng, Lyu Huawei, (2016) Nonlinear Dynamic Modeling of a Helicopter Planetary Gear Train for Carrier Plate Crack Fault Diagnosis. *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 29, Iss. 3, 675–687. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2016.04.008>.

9. Peruń, G., Kozuba, J., (2017) Numerical Research of Toothed Gears Geometry Influence On Power Transmission System Vibroactivity. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, Vol. 24, No. 4, 239–246. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0010.3135>.

10. Li Jianying, Hu Qingchun, Zong Changfu, Zhu Tianjun (2017) Power Analysis and Efficiency Calculation of Multistage Micro-planetary Transmission. *Energy Procedia*, 141, 654-659. <http://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.11.088>.

11. Wenjian Yang, Huafeng Ding (2018) Automatic detection of degenerate planetary gear trains with different degree of freedoms. *Applied Mathematical Modelling*, 64, 320–332. <http://doi.org/10.1016/j.apm.2018.07.038>.

12. Esmail, E.L., Pennestri, E., Hussein Juber A. (2018) Power losses in two-degrees-of-freedom planetary gear trains: A critical analysis of Radzimovsky's formulas, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 128, 191–204, <http://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.05.015>.

13. Dankov, A.M. (2018) Planetary Continuously Adjustable Gear Train With Force Closure Of Planet Gear And Central Gear: From Idea To Design. *Science & Technique*, 17(3), 228–237. <http://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-3-228-237>.
14. Dobariya Mahesh, Bhavin Gajjar (2018) Design of Compound Planetary Gear Train, *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*, vol. 6, iss. 4, 3179-3184, <http://doi.org/10.22214/ijraset.2018.4527>.
15. Heyun B., Guanghu J., Fengxia L., Rupeng Zh., Xiaozhu Z., (2018) Dynamic analysis of planetary gear train system with double moduli and pressure angles. *MATEC Web Conf.*, 211. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201821117003>.
16. Hussain, I., Albalasie, A., Awad, M.I., Seneviratne, L., Gan, D., (2018) Modeling, Control, and Numerical Simulations of a Novel Binary-Controlled Variable Stiffness Actuator (BcVSA). *Front. Robot. AI* 5:68. <https://doi.org/10.3389/frobt.2018.00068>.
17. Su, C., Wang, S., Liu, Y., Dong, P., & Xu, X. (2019). Coupled vibrations of a drive system during automatic transmission. *Advances in Mechanical Engineering*. <https://doi.org/10.1177/1687814019833508>.
18. Wang, X., (2019) Nonlinear dynamics of planetary gear wear in multistage gear transmission system. *Journal of Vibroengineering*, Vol. 21, Iss. 6, 1738–1750. <https://doi.org/10.21595/jve.2019.20471>.
19. Zhizhou Jia, Pingkang Li, (2020) Nonlinear Dynamics of a Power-Split Transmission Unit with a Planetary Gear Train and Selectable One-Way Clutches. *Hindawi Complexity*, Vol. 2020, Art. ID 8729365, 16. <https://doi.org/10.1155/2020/8729365>.
20. Guo, Z.; Li, S.; Wu, W.; Zhang, L. (2020) Quasi-Static Load Sharing Characteristics of a Planetary Gear Set with Planet Journal Bearings. *Applied Sciences*, 10, 1113. <https://doi.org/10.3390/app10031113>.
21. Стрілець О. Р. Малащенко В. О., Пасіка В. Р., Стрілець В. М. Динамічна модель керування швидкості через епіцикл привода із зубчатою диференціальною передачею / *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Динаміка, міцність та проектування машин і приладів*. Львів: НУЛП, 2019. № 911. С. 63–67.

REFERENCES

1. Malashchenko, V., Strilets O., Strilets V. (2015) Kласифікація способів і пристроїв керування процесом зміни швидкості у техніці. *Pidymno-transportna tekhnika*. No. 1. 70–78.
2. Malashchenko, V., Strilets O., Strilets V. (2015) Fundamentals of Creation of New Devices for Speed Change Management. *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science*. Vol. 1. No. 2. 11–20.
3. Strilets O. (2015) Керування змінною швидкості за допомогою диференціальної передачі через епіцикл. *Visnyk Ternopilskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. 4(80). 129–135.
4. Strilets O. (2015) Керування процесом зміни швидкості за допомогою диференціальної передачі через водило. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu*. Kremenchuk : KrNU. 6(95). 72–77.
5. Bahk, C.-J, Parker, R.G., (2013) Analytical investigation of tooth profile modification effects on planetary gear dynamics. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, 70, 298–319. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2013.07.018>.
6. Huang, Q., Wang, Y., Huo, Zh., Xie, Yu., (2013) Nonlinear Dynamic Analysis and Optimization of Closed-Form Planetary Gear System. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013.12. <http://doi.org/10.1155/2013/149046>.

7. Peruń, G., (2014) Verification Of Gear Dynamic Model In Different Operating Conditions, *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 84, 99-104. http://sjsutst.polsl.pl/archives/2014/vol84/099_ZN84_2014_Perun.pdf.
8. Fan Lei, Wang Shaoping, Wang Xingjian, Han Feng, Lyu Huawei, (2016) Nonlinear Dynamic Modeling of a Helicopter Planetary Gear Train for Carrier Plate Crack Fault Diagnosis. *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 29, Iss. 3, 675-687. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2016.04.008>.
9. Peruń, G., Kozuba, J., (2017) Numerical Research of Toothed Gears Geometry Influence On Power Transmission System Vibroactivity. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, Vol. 24, No. 4, 239–246. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0010.3135>.
10. Li Jianying, Hu Qingchun, Zong Changfu, Zhu Tianjun (2017) Power Analysis and Efficiency Calculation of Multistage Micro-planetary Transmission. *Energy Procedia*, 141, 654-659. <http://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.11.088>.
11. Wenjian Yang, Huafeng Ding (2018) Automatic detection of degenerate planetary gear trains with different degree of freedoms. *Applied Mathematical Modelling*, 64, 320-332. <http://doi.org/10.1016/j.apm.2018.07.038>.
12. Esmail, E.L., Pennestrì, E., Hussein Juber A. (2018) Power losses in two-degrees-of-freedom planetary gear trains: A critical analysis of Radzimovsky's formulas, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 128, 191–204, <http://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.05.015>.
13. Dankov, A.M. (2018) Planetary Continuously Adjustable Gear Train With Force Closure Of Planet Gear And Central Gear: From Idea To Design. *Science & Technique*, 17(3), 228–237. <http://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-3-228-237>.
14. Dobariya Mahesh, Bhavin Gajjar (2018) Design of Compound Planetary Gear Train, *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*, vol. 6, iss. 4, 3179-3184, <http://doi.org/10.22214/ijraset.2018.4527>.
15. Heyun B., Guanghu J., Fengxia L., Rupeng Zh., Xiaozhu Z., (2018) Dynamic analysis of planetary gear train system with double moduli and pressure angles. *MATEC Web Conf.*, 211. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201821117003>.
16. Hussain, I., Albalasie, A., Awad, M.I., Seneviratne, L., Gan, D., (2018) Modeling, Control, and Numerical Simulations of a Novel Binary-Controlled Variable Stiffness Actuator (BcVSA). *Front. Robot. AI* 5:68. <https://doi.org/10.3389/frobt.2018.00068>.
17. Su, C., Wang, S., Liu, Y., Dong, P., & Xu, X. (2019). Coupled vibrations of a drive system during automatic transmission. *Advances in Mechanical Engineering*. <https://doi.org/10.1177/1687814019833508>.
18. Wang, X., (2019) Nonlinear dynamics of planetary gear wear in multistage gear transmission system. *Journal of Vibroengineering*, Vol. 21, Iss. 6, 1738-1750. <https://doi.org/10.21595/jve.2019.20471>.
19. Zhizhou Jia, Pingkang Li, (2020) Nonlinear Dynamics of a Power-Split Transmission Unit with a Planetary Gear Train and Selectable One-Way Clutches. *Hindawi Complexity*, Vol. 2020, Art. ID 8729365, 16. <https://doi.org/10.1155/2020/8729365>.
20. Guo, Z.; Li, S.; Wu, W.; Zhang, L. (2020) Quasi-Static Load Sharing Characteristics of a Planetary Gear Set with Planet Journal Bearings. *Applied Sciences*, 10, 1113. <https://doi.org/10.3390/app10031113>.
21. Strilets O., Malashchenko V., Pasika V., Strilets V. (2019) Dynamichna model keruvannya shvydkosti cherez epitsykl pryvoda iz zubchastoyu dyferentsialnoyu peredacheyu. *Visnyk Natsionalnoho universytetu „Lvivska politekhnika». „Dynamika, mitsnist ta proektuvannya mashyn i pryladiv». № 911. Lviv, NU «LP». 63–67.*

Стрилец О. Р., Малащенко В. А., Стрилец В. Н. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТРОЙСТВА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЯМИ СКОРОСТИ С ЗУБЧАТЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛОМ И ЗАМКНУТОЙ ГИДРОСИСТЕМОЙ ПОСРЕДСТВОМ ВОДИЛА

Целью исследования является построение динамической модели устройства изменения скорости с помощью зубчатого дифференциала и замкнутой гидросистемы, где ведущим звеном является солнечное зубчатое колесо, а замкнутая гидросистема связана с водилом и используется для получения необходимого закона движения на ведомом звене – эпицикле.

Из анализа последних публикаций установлено, что вопросам динамики новых устройств управления изменениями скорости с зубчатым дифференциалом и замкнутой гидросистемой уделено мало внимания и они ждут своего решения. Изучение динамики таких устройств позволит разработать методы уменьшения влияния динамических нагрузок на них.

В статье получена динамическая модель движения механического устройства изменения скорости с помощью зубчатого дифференциала и замкнутой гидросистемы. Используя метод Лагранжа составлены и решены уравнения динамики.

Полученные результаты являются основой для дальнейшего компьютерного моделирования и количественного анализа работы таких устройств для характерных случаев изменения крутящего момента сопротивления: периодического, ударного длительного, ударного кратковременного и значительной перегрузки, до полной остановки машины.

Ключевые слова: динамическая модель, устройство для управления изменениями скорости, зубчатая дифференциальная передача, замкнутая гидросистема, эпицикл, солнечное зубчатое колесо, водило, сателлит.

Strilets O., Malashchenko V., Strilets V. DYNAMIC MODEL OF SPEED CHANGE CONTROL DEVICE WITH DIFFERENTIAL GEAR AND CLOSED-LOOP HYDROSYSTEM VIA CARRIER

The purpose of the study is to build a dynamic model of the speed change device including a differential gear and a closed-loop hydraulic system, where the driving link is a sun gear driven by an electric motor, while a closed-loop hydraulic system is connected to the carrier and can change its speed due to changes in system's throughput, the ability of the fluid to move across the hydraulic system, so that the necessary law of motion on the driven link - the ring gear can be obtained.

The analysis of recent publications has revealed that the research of new speed control devices with a differential gear and a closed-loop hydraulic system through the carrier pays much attention to their structure, principle of operation, and the change in speed, that has been confirmed by analytical and graphical dependences. In addition, energy efficiency and self-braking of such devices has been studied by determining the coefficient of performance efficiency. The dynamics of such devices is waiting to be resolved. It will allow us to develop methods to reduce the impact of dynamic loads on the mechanical drives of machines when changing speed.

The article proposes a mathematical model of the movement of a mechanical system for new devices for changing the speed using a differential gear with a closed-loop hydraulic system through the carrier. For this purpose, the equation of dynamics by the Lagrange method of the second kind has been used and the equation of kinetic energy of the system has been formed. Since there is a relationship between the speeds of all links in the differential gear, the expression for the kinetic energy of the system has been described by the speed of the driving and driven links, i.e., by the speed of the sun gear and the ring gear. The result of solving the Lagrange equation in partial derivatives is a system of two differential equations with unknown derivatives of the velocities of the sun gear and the ring gear.

The obtained results are the basis for further computer simulation and quantitative analysis to assess the performance of such devices and select the necessary closed-loop hydraulic system to control speed changes. Based on the dynamic model, it is possible to compose and solve the equations of dynamics for typical cases of changes in the torque resistance: long-term shock, short-term shock and significant overload, up to the stop of the machine.

Keywords: dynamic model, speed changes control device, gear differential, closed-loop hydraulic system, ring gear, sun gear, carrier, planet.

© Стрилец О. Р., Малащенко В. О., Стрилец В. М.

Статтю прийнято
до редакції 29.04.20