УДК 629.5.01

ЗАДАЧА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ПАРАМЕТРА КАЧЕСТВА ГЛАВНОЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ СУДНА

Богданов А.В., Блах И.В., Пивоваров Ю.В.,
Херсонская государственная морская академия

В работе впервые поставлена и решена задача математического программирования для комплексного показателя качества судовой энергетической установки. В качестве коэффициентов при переменных выбраны коэффициенты вероятности (веса) каждой из переменных в целевой функции, сумма которых равна единице. В работе показано, что оптимальный план решения данной задачи всегда определяется минимумом, а не максимумом целевой функции.

Ключевые слова: задача математического программирования, судовая энергетическая установка, целевая функция.

Постановка проблемы и её связь с практическими задачами. Основателем теории математического программирования считается академик Канторович Л.В. В 1939 году он опубликовал работы по разработке методов численного решения экстремальных задач в области экономики, за которые и получил Нобелевскую премию [1].

Математическое программирование, как один из главных инструментов теории исследования операций, разрабатывает методы решения оптимизационных задач и исследует полученные решения. Теория исследования операций изучает управление экономическими системами, оптимизацию их структуры, траекторию развития и функционирования с целью достижения максимальной экономической эффективности.

В силу отсутствия рыночных отношений по известным причинам в бывших социалистических странах, развитие экономических теорий, в том числе и математического программирования, значительно отстало от мировых уровней. За последние десятилетия на управление экономическими системами на базе компьютерных технологий, интенсивного внедрения систем принятия решений в развитых странах тратятся многие миллиарды долларов.

В отечественных учебниках и литературе по судовым энергетическим установкам (СЭУ) практически не используются методы математического программирования [2-6], несмотря на их **актуальность** при решении технико-экономических задач.

Нахождение максимального значения комплексного параметра качества СЭУ полностью находится в рамках задач математического программирования. На сегодня не поставлена и не решена задача математического программирования комплексно параметра качества СЭУ.

Анализ последних публикаций и постановка задачи исследования. Из известных методов оценки качества судовых двигателей наиболее полно описывает их технико-экономические характеристики комплексный параметр качества, зависящий как от основных технических, так и экономических характеристик. Эмпирическая, полученная статистическими методами зависимость комплексного параметра качества (K_0) от технико-экономических показателей энергетической установки имеет вид:

$$K_0 = \alpha_1 \frac{p}{p_{\max}} + \alpha_2 \frac{m_{\min}}{m} + \alpha_3 \frac{b_{e\min}}{b_e} + \alpha_4 \frac{b_{m\min}}{b_m} + \alpha_5 \frac{r}{r_{\max}} + \alpha_6 J + \alpha_7 \frac{C_{\min}}{C}, \quad (1)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ – коэффициенты весомости; $p = \frac{Đ_e}{l \cdot s \cdot h}$ [*кВт/м*^{3}] – удельная мощность дизеля; P_e – номинальная эффективная мощность дизеля; $l \cdot s \cdot h$ –габаритные размеры СЭУ (длина, ширина и высота) [*м*]; $m = \frac{M}{P_e}$ [*кг/кВт*] - удельная масса; *M* – масса дизеля; b_e [*кг/кВт·ч*] – удельный эффективный расход топлива дизеля; b_m [*кг/кВт·ч*] – удельный эффективный расход масла дизеля; *r* [*тыс. ч.*] – ресурс работы до капитального ремонта; J – условный показатель рода топлива, используемого дизелем (для тяжёлого топлива – $J = 1$, для дизельного – $J = 0$).

Сумма коэффициентов весомости составляет полную группу событий:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 = 1 \quad (2)$$

Максимальные и минимальные значения указанных семи переменных (p_{max} , m_{min} , b_{emin} , b_{mmin} , r_{max},, C_{msn} , J = 1 або J = 0) определяются из выбранного списка СЭУ с известными соответствующими показателями. Расчётное значение стоимости дизеля – *C* определяется выражением:

$$C = \frac{0{,}77 \cdot P_e^{0{,}87} \cdot r^{0{,}48}}{b_e^{1{,}58} \cdot b_m^{0{,}23}} [\textit{условных единиц}]. \quad (3)$$

Целью настоящей работы является использование методов математического программирования для решения оптимизационной задачи нахождения комплексного параметра качества СЭУ и анализ этого решения.

Изложение материалов исследований. Для построения задачи математического программирования в качестве целевой функции выберем выражение для комплексного показателя качества:

$$K_0 = \alpha_1 \frac{p}{p_{\max}} + \alpha_2 \frac{m_{\min}}{m} + \alpha_3 \frac{b_{e\min}}{b_e} + \alpha_4 \frac{b_{m\min}}{b_m} + \alpha_5 \frac{r}{r_{\max}} + \alpha_6 J + \alpha_7 \frac{C_{\min}}{C} \to \max \quad (4)$$

Максимальные и минимальные значения переменных (p_{max} , m_{min} , b_{emin} , b_{mmin} , r_{max},, C_{msn} , J = 1 або J = 0) могут служить системой ограничений:

$$\begin{cases} p \le \dfrac{p_{\max}}{\alpha_1}; \\ m \ge \alpha_2\, m_{\min}; \\ b_e \ge \alpha_3\, b_{e\min}; \\ b_m \ge \alpha_4\, b_{m\min}; \\ r \le \dfrac{r_{\max}}{\alpha_5}; \\ \alpha_6 J \le 1; \\ C \ge \alpha_7\, C_{\min}; \\ C = \dfrac{0{,}77 \cdot P_e^{0{,}87} \cdot r^{0{,}48}}{b_e^{1{,}58} \cdot b_m^{0{,}23}}. \end{cases} \tag{5}$$

При определении целевой функции и системы ограничений можем говорить о постановке задачи математического программирования для определения комплексного параметра качества СЭУ. Произвольный набор рассматриваемых семи переменных, значения которых удовлетворяют указанным ограничениям соответствует допустимому плану или программе действий по нахождению экстремальных значений K_0.

Совокупность всех значений K_0 соответствует области существования планов. План, при котором комплексный параметр качества имеет максимальное значение, называется оптимальным планом и является решением данной оптимизационной задачи.

Зависимость между переменными, в том числе и стоимостью двигателей, определяется с помощью вероятностных законов.

Точность вероятностных расчётов возрастает с увеличением количества экспериментов. В нашем случае количеству экспериментов соответствует количество типов двигателей. То есть, количество двигателей должно быть достаточно большим.

Как и в работе [4] выберем 20 типов двигателей с известными показателями (табл. 1).

Выражение для комплексного параметра качества K_0 довольно сложное, нелинейное, содержащее 7 переменных. Так, как система ограничений нелинейная, то симплексный метод в данном случае неприменим.

Таблица 1 – Основные экономические и эксплуатационные показатели главных двигателей

Тип двигателя	Номинальная эффективная мощность, P_e, кВт	Удельная мощность, p, кВт/м^3	Удельная масса, m кг/кВт	Удельный расход топлива, b_e, *кг*/(*кВт·час.*)	Удельный расход масла, b_m, кг/(кВт · час.)	Ресурс работы до капитального ремонта, r, тыс. час.	Расчётная стоимость, $C \cdot 10^3$, условных единиц
1) 6ДКРН74/160-3	8530	28,32	53,93	0,192	0,00052	10	13003
2) 6RTA48T	8160	49,30	23,90	0,19	0,00048	15	15,813
3) 6L60MC	7940	31,31	44,46	0,185	0,00045	12	14,623
4) 6UEC52LS	7940	41,51	32,24	0,186	0,00047	12	14,355
5) 6MGDL-M	1029	62,91	12,24	0,222	0,00176	36	2294
6) 6M220-UM	1000	132,02	7,30	0,211	0,00124	36	2628
7) 6M20	930	83,18	11,29	0,186	0,00173	32	2633
8) 9L16/24	900	105,68	10,44	0,205	0,0021	30	2037
9) 8NVD48-2U	853	32,70	23,75	0,217	0,00171	36	2041
10) 4L20	665	91,69	10,23	0,194	0,00185	36	1920
11) 6NVD48-U	662	40,66	24,47	0,217	0,0021	36	1556
12) 65185A-ET	650	109,27	8,46	0,198	0,00205	36	17,79
13) 6NSDL-M	610	119,88	7,21	0,198	0,00205	36	1684
14) 6LAH-STE	570	177,51	4,56	0,202	0,00183	32	1492
15) 6NVD48-U	540	33,17	30,00	0,238	0,0021	36	1127
16) 6NVD48A-U	485	29,8	30,0	0,219	0,0021	36	1120,8
17) 6S165-UT	450	120,22	6,33	0,218	0,0008	30	1262
18) 6DL-16	441	53,83	6,80	0,203	0,0007	30	1432
19) 8NVD	412	35,29	24,28	0,217	0,00158	36	1098
20) 6V396TC4	330	91,8	7,27	0,203	0,0007	36	15,53

При решении данной функциональной зависимости, в работе [4], было получено, что экстремум данной функции существует и соответствует её минимуму. Координаты локального минимума (значения удельного расхода топлива – b_{elok} , ресурса работы до капитального ремонта – r_{lok}, удельного расхода масла – b_{mlok} в минимуме значений целевой функции K_0 при заданной номинальной эффективной мощности – P_e) определяются следующими выражениями:

$$\begin{cases} b_{elok} = (A)^{0,483} \cdot (B)^{0,156} \cdot P_e^{0,284} \\ r_{lok} = (B)^{0,844} \cdot (A)^{0,517} \cdot P_e^{-0,284} \\ b_{mlok} = \dfrac{4,05 \cdot (\alpha_4 \cdot b_{m\min})^{0,93}}{(\alpha_7 \cdot C_{\min})^{0,303} \cdot (\alpha_3 \cdot b_{e\min})^{0,48}} \left(\dfrac{r_{\max}}{\alpha_5}\right)^{0,148} \cdot P_e^{0,266} \end{cases} \tag{6}$$

где $A = \dfrac{0,487 \cdot \alpha_3 \cdot b_{e\min}}{\alpha_7 \cdot C_{\min} \cdot b_{mlok}^{0,23}}$, $B = \dfrac{0,623 \cdot \alpha_7 \cdot C_{\min} \cdot b_{mlok}^{0,23} \cdot r_{\max}}{\alpha_5}$

По смыслу данной задачи, необходимо получение максимального значения комплексного параметра качества. Использовать двойственный метод решения данной задачи нельзя, так как задача нелинейная. Поэтому в работе [4], для получения максимальных значений K_0 использован метод глобального максимума. При выборе целевой функции комплексного параметра качества (4) учитывалось, что, как это следует из выбранной системы ограничений, значение целевой функции и, соответственно, каждого из её слагаемых должны быть меньше единицы. Это следует из вероятностного смысла K_0.

Выбирая новую систему ограничений семи выбранных переменных согласно табл. 1 и сохраняя условие, что целевая функция, а также её слагаемые меньше, либо равны единице, получим следующее выражение для целевой функции:

$$K_0 = \alpha_1 \frac{p_{\min}}{p} + \alpha_2 \frac{m}{m_{\max}} + \alpha_3 \frac{b_e}{b_{e\max}} + \alpha_4 \frac{b_m}{b_{m\max}} + \alpha_5 \frac{r_{\min}}{r} + \alpha_6 J + \alpha_7 \frac{C}{C_{\max}} \to \max \tag{7}$$

Система ограничений, согласно выбранным новым экстремальным значением переменных, примет следующий вид:

$$\begin{cases} p \ge \alpha_1 p_{\min}; \\ m \le \dfrac{m_{\max}}{\alpha_2}; \\ b_e \le \dfrac{b_{e\max}}{\alpha_3}; \\ b_m \le \dfrac{b_{m\max}}{\alpha_4}; \\ r \ge \alpha_5\ r_{\min}; \\ \alpha_6 J \le 1; \\ C \le \dfrac{C_{\max}}{\alpha_7}; \\ C = \dfrac{0,77 \cdot P_e^{0,87} \cdot r^{0,48}}{b_e^{1,58} \cdot b_m^{0,23}}. \end{cases}$$

Целевая функция, при зависимости её только от удельного расхода топлива – b_e, имеет вид:

$$K_0 = A_1 + \frac{\alpha_3}{b_{e\,\max}} b_e + A_2 b_e^{-1,58} \;;$$

$$A_1 = \alpha_1 \frac{p_{\min}}{p} + \alpha_2 \frac{m}{m_{\max}} + \alpha_4 \frac{b_m}{b_{m\,\max}} + \alpha_5 \frac{r_{\min}}{r} + \alpha_6 J \,,$$

где

$$A_2 = \frac{0,77 \cdot P_e^{0,87} \cdot r^{0,48}}{b_m^{0,23}} \cdot \frac{\alpha_7}{C_{\max}} = \frac{0,0539 \cdot P_e^{0,87} \cdot r^{0,48}}{C_{\max} \cdot b_m^{0,23}} \,.$$

Продифференцируем целевую функцию по удельному расходу топлива и приравняем полученный результат к нулю:

$$\frac{dK_0}{db_e} = \frac{\alpha_3}{b_{e\,\max}} - 1,58 A_2 \cdot b_e^{-2,58} = 0 \,.$$

Откуда получим:

$$b_e = \left(\frac{1,58\, A_2 \cdot b_{e\,\max}}{\alpha_3} \right)^{0,388} \,.$$

Целевая функция, при зависимости её только от удельного расхода масла – b_m, имеет вид:

$$K_0 = B_1 + \frac{\alpha_4}{b_{m\,\max}} b_m + B_2 b_m^{-0,23} \;;$$

$$B_1 = \alpha_1 \frac{p_{\min}}{p} + \alpha_2 \frac{m}{m_{\max}} + \alpha_3 \frac{b_e}{b_{e\,\max}} + \alpha_5 \frac{r_{\min}}{r} + \alpha_6 J \,,$$

где

$$B_2 = \frac{0,77 \cdot P_e^{0,87} \cdot r^{0,48}}{b_e^{1,58}} \cdot \frac{\alpha_7}{C_{\max}} = \frac{0,0539 \cdot P_e^{0,87} \cdot r^{0,48}}{C_{\max} \cdot b_e^{1,58}} \,.$$

Продифференцируем целевую функцию по удельному расходу масла и приравняем полученный результат к нулю:

$$\frac{dK_0}{db_m} = \frac{\alpha_4}{b_{m\,\max}} - 0,23 B_2 \cdot b_m^{-1,23} = 0 \,.$$

Откуда получим:

$$b_m = \left(\frac{0,23\, B_2 \cdot b_{m\,\max}}{\alpha_4} \right)^{0,813} \,.$$

Целевая функция, при зависимости её только от ресурса работы до капитального ремонта – r, имеет вид:

$$K_0 = D_1 + \frac{\alpha_5 \cdot r_{\min}}{r} + D_2 \cdot r^{0,48} ,$$

где $D_1 = \alpha_1 \frac{p_{\min}}{p} + \alpha_2 \frac{m}{m_{\max}} + \alpha_3 \frac{b_e}{b_{e\max}} + \alpha_4 \frac{b_m}{b_{m\max}} + \alpha_6 J$

$$D_2 = \frac{0{,}0539 \cdot P_e^{0,87}}{b_e^{1,58} \cdot b_m^{0,23} \cdot C_{\max}} .$$

Продифференцируем целевую функцию по ресурса работы до капитального ремонта и приравняем полученный результат к нулю:

$$\frac{dK_0}{dr} = -\frac{\alpha_5 \cdot r_{\min}}{r^2} + 0{,}48 D_2 \cdot r^{-0,52} = 0 .$$

Откуда получим:

$$r = \left(\frac{\alpha_5 \cdot r_{\min}}{0{,}48 D_2} \right)^{0,676} .$$

Для рассмотрения вида получаемого экстремума (максимум или минимум) необходимо взять вторые производные.

Решение данной задачи, например, для функции $K_0 = f(b_e, r)$ показало, что при разумных значениях показателей данная функция также имеет минимум.

$$\frac{d^2 K_0}{db_e^2} = 1{,}58 A_2 \cdot 2{,}58 \cdot b_e^{-3,58} > 0 ;$$

$$\frac{d^2 K_0}{dr^2} = \frac{2\alpha_5 \cdot r_{\min}}{r^3} - 0{,}52 \cdot 0{,}48 D_2 \frac{1}{r^{1,52}} ,$$

где $A_2 = \frac{0{,}0539 \cdot P_e^{0,87} \cdot r^{0,48}}{C_{\max} \cdot b_m^{0,23}}$; $D_2 = \frac{0{,}0539 \cdot P_e^{0,87}}{b_e^{1,58} \cdot b_m^{0,23} \cdot C_{\max}}$.

Аналогично можно показать, что и для функций $K_0 = f(b_e, b_m)$ и $K_0 = f(b_m, r)$ максимального значения не существует. Отсюда функция $K_0 = f(b_e, b_m, r)$ имеет экстремум, и этот экстремум является минимумом. Дальнейшие изменения целевой функции и системы ограничений не повлияли на изменения вида экстремума.

Выводы. Особенностью поставленной в работе задачи математического программирования для комплексного показателя качества СЭУ является то, что в качестве коэффициентов при переменных выбраны коэффициенты вероятности (веса) каждой из переменных в целевой функции, сумма которых равна единице. В работе показано, что оптимальный план решения данной задачи всегда определяется минимумом, а не максимумом целевой функции.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вітлінський В. В. Математичне програмування: навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко. – К. : КНЕУ, 2001. – 248 с.

2. Пахомов Ю. А. Судовые энергетические установки с двигателями внутреннего сгорания : учебник / Ю. А. Пахомов. – М. : ТрансЛит, 2007 – 528 с.

3. Волков В. В. Определение экономической эффективности проектированных СЭУ : методические указания / В. В. Волков, А. В. Ломоносов. – Херсон : ОТД ХСЗ, 1998. – 42 с.

4. Богданов А. В. Оптимизационная модель выбора судовой энергетической установки / А. В. Богданов, В. И. Свиридов, Н. Н. Кобяков. // Науковий вісник ХДМІ. – Херсон : Видавництво ХДМІ, 2011. – № 1(4). – С. 3-15.

5. Корнилов Э. В. Технические характеристики современных дизелей : справочник / Э. В. Корнилов, П. В. Бойко, Э. И. Голофастов. – Одесса : Негоциант, 2008. – 512 с.

Богданов О.В., Блах І.В., Пивоваров Ю.В. ЗАДАЧА МАТЕМАТИЧНОГО ПРОРАМУВАННЯ КОМПЛЕКСНОГО ПАРАМЕТРУ ЯКОСТІ ГОЛОВНОЇ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ СУДНА

В роботі вперше поставлена і вирішена задача математичного програмування для комплексного показника якості суднової енергетичної установки. В якості коефіцієнтів при змінних обрані коефіцієнти ймовірності (ваги) кожної з змінних в цільовій функції, сума яких дорівнює одиниці. У роботі показано, що оптимальний план вирішення даної задачі завжди визначається мінімумом, а не максимумом цільової функції.

Ключові слова: задача математичного програмування, суднова енергетична характеристика, цільова функція.

Bogdanov A.V, Blah I.V., Pivovarov J.V. PROBLEM OF MATHEMATICAL PROGRAMMING OF COMPLEX QUALITY PARAMETER OF MAIN SHIP POWERPLANT

For the first time the problem of mathematical programming for the complex quality index of ship power plant is raised and solved. As the coefficients of the variables the weight coefficients for each of the variables in the objective function, whose sum is equal to one, are selected. It is shown that the optimal plan for solving this problems always determined by the minimum, but not maximum objective function.

Keywords: mathematical programming problem, ship power plant characteristics, objective function.